



KIẾN THỨC CỦA GIÁO VIÊN TOÁN TƯƠNG LAI ĐỂ DẠY HỌC GIÁ TRỊ TRUNG BÌNH VÀ TRUNG VỊ TRÊN BIỂU ĐỒ PHÂN BỐ

Nguyễn Thị Hà Phương^{*1,2}

¹ Trường Đại học Sư phạm, Đại học Huế, 34 Lê Lợi, Huế, Việt Nam

² Trường Đại học Sư phạm, Đại học Đà Nẵng, 459 Tôn Đức Thắng, Đà Nẵng, Việt Nam

Tóm tắt. Trong những năm gần đây, trọng tâm của các nghiên cứu về phát triển nghiệp vụ cho giáo viên để dạy học thống kê không chỉ hoàn toàn hướng đến kiến thức nội dung thống kê mà còn hướng đến các kiểu kiến thức tổng thể khác áp dụng trong thực hành dạy học của giáo viên. Trong nghiên cứu này, chúng tôi mô tả các kiểu kiến thức của giáo viên toán tương lai (GVTTL) để dạy học giá trị trung bình và trung vị trên biểu đồ phân bố. Công cụ nghiên cứu là một bảng hỏi với các câu hỏi được thiết kế theo sáu kiểu kiến thức của mô hình các kiểu kiến thức toán để dạy học của Ball, Thames và Phelps. Kết quả nghiên cứu bước đầu cho thấy những hiểu biết chưa đầy đủ và vững chắc về kiến thức nội dung và kiến thức nội dung sư phạm liên quan đến dạy học giá trị trung bình và trung vị trên biểu đồ phân bố của các GVTTL. Cuối cùng, một số gợi ý cho việc giảng dạy và đào tạo giáo viên được đề xuất nhằm phát triển năng lực nghiệp vụ cho các GVTTL ở các trường đại học sư phạm.

Keywords: kiến thức toán để dạy học, giáo viên toán tương lai, trung bình và trung vị, biểu đồ phân bố.

1. Mở đầu

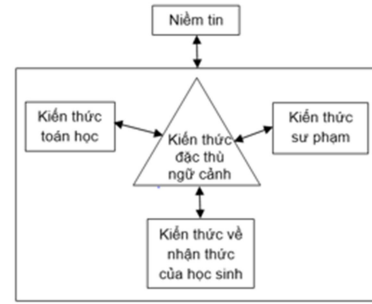
Chuẩn bị cho các giáo viên toán tương lai (GVTTL) các kiến thức toán học cần thiết cho việc dạy học là một vấn đề quan trọng trong đào tạo giáo viên toán. Nhiều nghiên cứu [2, 7, 8] cho rằng những gì giáo viên toán trung học tương lai cần biết không chỉ là những nội dung toán học được giảng dạy một cách đặc thù trong các học phần toán cao cấp ở bậc đại học, mà còn là một kiểu kiến thức đặc biệt cần có để thực hiện công việc dạy học một cách hiệu quả. Mặc dù công trình của Shulman mang tính tiên phong và ảnh hưởng lớn đến lĩnh vực nghiên cứu kiến thức của giáo viên, nhiều nhà nghiên cứu sau này cho rằng sự phân loại các kiểu kiến thức giáo viên của Shulman là chưa rõ ràng và chưa đủ để có thể thực hành trong nghiên cứu. Theo Ball và cs. [2], sự phân biệt giữa khái niệm kiến thức nội dung và kiến thức nội dung sư phạm theo Shulman [15] chưa được rõ ràng. Hơn nữa, mô hình của Shulman chưa chú trọng đến sự tương

*Liên hệ: haphuong.dhsp@gmail.com

Nhận bài: 27-1-2021; Hoàn thành phản biện: 4-5-2021; Ngày nhận đăng: 7-5-2021

tác giữa các kiểu kiến thức này, chưa cho thấy bản chất động của kiến thức, trong khi đó kiến thức của giáo viên thường phát triển qua những tương tác trong lớp học với học sinh, liên quan đến nội dung toán học hướng đến [3].

Mô hình về kiến thức giáo viên của Fennema và Franke [3] dựa trên sự phân loại của Shulman nhưng tập trung hơn vào khía cạnh tương tác và bản chất động của kiến thức của giáo viên. Họ đề xuất một mô hình về kiến thức của giáo viên có thể được sử dụng để mô tả những gì giáo viên cần trong thực hành giảng dạy. Fennema và Franke [3] cho rằng kiến thức toán để dạy học bao gồm các thành phần: kiến thức đặc thù ngữ cảnh, kiến thức toán học, kiến thức sư phạm, kiến thức về nhận thức của học sinh, niềm tin của giáo viên (Hình 1).



Hình 1. Mô hình kiến thức của giáo viên theo Fennema và Franke [3]

Trong các nghiên cứu về kiến thức mà giáo viên toán cần có để dạy học hiệu quả các chủ đề khác nhau, hướng nghiên cứu của Ball và cs. [2] được nhiều tác giả quan tâm và đánh giá cao. Ball và cs. đã tìm hiểu các kiểu kiến thức toán nào cần có khi dạy học, làm thế nào để đánh giá được những kiểu kiến thức đó [1, 2, 7], và làm thế nào phát triển những cách thức để thúc đẩy một cách hiệu quả kiến thức để dạy học trong chương trình phát triển nghiệp vụ cho giáo viên toán. Từ đây, Ball và cs. [2] đã đưa ra mô hình kiến thức toán để dạy học gọi tắt là MKT (Mathematical Knowledge for Teaching). Nhiều nhà nghiên cứu giáo dục toán đã sử dụng hoặc điều chỉnh mô hình MKT để nghiên cứu kiến thức của giáo viên để dạy học các chủ đề toán học khác nhau. Trong dạy học thống kê, việc phát triển hay bổ sung những khung lý thuyết dùng để nghiên cứu kiến thức để dạy học thống kê là một vấn đề đang được các nhà khoa học quan tâm [5, 6]. Levy [10] tìm hiểu sự tiến triển về kiến thức của giáo viên tiểu học tương lai về phân bố trong khuôn khổ một học phần thống kê ở đại học. Một số tác giả khác đề cập đến kiến thức của giáo viên tương lai để dạy học hiểu biết thống kê tổng quát [10], Jacobbe [4] nghiên cứu hiểu biết của ba giáo viên tiểu học về các khái niệm trung bình, trung vị hay vấn đề cụ thể như lý giải của giáo viên về các số đo xu hướng trung tâm [14].

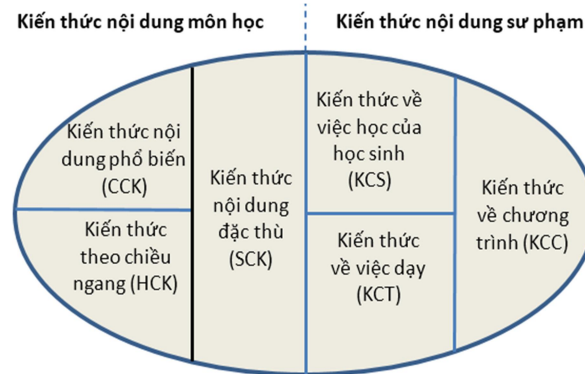
Nghiên cứu vận dụng mô hình MKT vào đào tạo giáo viên toán ở Việt Nam vẫn còn rất hạn chế. Nghiên cứu về kiến thức của giáo viên để dạy học toán trong bối cảnh Việt Nam thường gắn liền với các nghiên cứu về nghiệp vụ dạy học của giáo viên. Một số tác giả đã có những nghiên cứu về nghiệp vụ dạy học toán của giáo viên như Nguyễn Thị Duyên [12]. Tuy vậy, các nghiên cứu này không tập trung vào sự phân loại các kiểu kiến thức cụ thể của giáo viên như mô hình của Shulman [15] hay của Ball và cs. [2]. Gần đây, nhóm nghiên cứu giáo dục toán ở Trường Đại học Sư phạm, Đại học Huế [11, 13] đã bước đầu có những nghiên cứu cụ thể

hơn về kiến thức của giáo viên để dạy học trong mối liên hệ với năng lực dạy học của giáo viên. Các nghiên cứu tập trung vào một số chủ đề nội dung như dạy học hàm số, dạy học đạo hàm và dạy học thống kê. Trong nghiên cứu này, chúng tôi đánh giá kiến thức toán học của GVTTL để dạy học giá trị trung bình và trung vị trên biểu đồ phân bố. Cụ thể hơn, chúng tôi phân tích đặc điểm MKT của GVTTL để dạy giá trị trung bình và trung vị trên biểu đồ phân bố nhằm đưa ra những đề xuất để nâng cao kỹ năng chuyên môn cho GVTTL ở các trường đại học sư phạm.

2. Kiến thức của giáo viên để dạy học giá trị trung bình và trung vị trên biểu đồ phân bố

Trong các nghiên cứu về kiến thức nghiệp vụ mà giáo viên toán cần có để dạy học hiệu quả, công trình của Ball và cs. ở đại học Michigan [2, 7, 8] thu hút được nhiều sự chú ý của cộng đồng nghiên cứu giáo dục toán và cũng đạt được nhiều kết quả quan trọng. Dựa trên sự phân biệt các kiểu kiến thức để dạy học của Shulman [15], Ball và cs. đã có đóng góp quan trọng bằng cách phân biệt rõ hơn các kiểu kiến thức nội dung và các kiểu kiến thức nội dung sư phạm trong mô hình MKT. Sự phân loại này được phát triển từ nghiên cứu dạy học ở phổ thông trong nhiều năm của Ball và đồng nghiệp, vì vậy nó còn được gọi là lý thuyết về kiến thức để dạy học dựa trên thực hành.

Ball và cs. [2] đã phân chia kiến thức toán dành cho việc dạy học thành hai lĩnh vực kiến thức: kiến thức nội dung môn học và kiến thức nội dung sư phạm. Các tác giả chia mỗi lĩnh vực này thành ba kiểu kiến thức khác nhau. Kiến thức nội dung môn học bao gồm kiến thức nội dung phổ biến (Common Content Knowledge, CCK), kiến thức nội dung đặc thù (Specialized Content Knowledge, SCK), và kiến thức theo chiều ngang (Horizon Content Knowledge, HCK). Kiến thức nội dung sư phạm bao gồm kiến thức về việc học của học sinh (Knowledge of Content and Students, KCS), kiến thức về việc dạy (Knowledge Content and Teaching, KCT) và kiến thức về chương trình (Knowledge of Content and Curriculum, KCC). Mô hình kiến thức toán để dạy học là một mô hình kiến thức nội dung thực tiễn cần thiết cho việc giảng dạy toán học hiệu quả, tập trung vào cả những gì giáo viên làm khi họ dạy toán và những kiến thức và kỹ năng cần thiết cho giáo viên có thể dạy toán hiệu quả.



Hình 2. Mô hình các kiểu kiến thức để dạy học toán theo Ball và cs. [2]

Ball và cs. [2] cho rằng để dạy học tốt một nội dung toán cụ thể nào đó, người giáo viên cần phải có các kiểu kiến thức khác nhau liên quan đến nội dung đó. Kết hợp đặc trưng của các kiểu kiến thức trong mô hình MKT và đặc thù của việc dạy học thống kê, chúng tôi đã xây dựng bộ chỉ số nhằm đánh giá các kiểu kiến thức của các GVTTL để dạy học giá trị trung bình và trung vị trên biểu đồ thống kê.

A: Các chỉ số liên quan đến kiểu kiến thức nội dung phổ biến

i. Giáo viên xác định được giá trị trung bình và trung vị thông qua biểu đồ thống kê, xác định vị trí tương quan của trung bình và trung vị thông qua hình dạng phân bố của biểu đồ thống kê.

ii. Giáo viên hiểu được vai trò của giá trị trung bình và trung vị thể hiện trên biểu đồ thống kê, giải thích chính xác ý nghĩa và đưa ra các nhận định thống kê của trung bình và trung vị trong bối cảnh của bài toán cụ thể.

B: Các chỉ số liên quan đến kiểu kiến thức nội dung đặc thù

i. Giáo viên có bằng chứng về khả năng xác định tính chính xác của các cách giải chung và cách giải khác biệt mà học sinh đưa ra cho một câu hỏi/bài toán về giá trị trung bình và trung vị trên biểu đồ thống kê (đặc biệt khi nhận ra câu trả lời của học sinh có đúng hay không).

ii. Giáo viên có bằng chứng về khả năng phân tích các cách giải đúng/sai mà học sinh đưa ra bằng cách cung cấp các giải thích về các bước lập luận có ý nghĩa thống kê một cách rõ ràng, chính xác và thích hợp cho câu hỏi/bài toán được đặt ra.

C: Các chỉ số liên quan đến kiểu kiến thức theo chiều ngang

i. Giáo viên có khả năng hiểu biết về sự kết nối của giá trị trung bình và trung vị, mode thể hiện trên biểu đồ thống kê có mối liên hệ như thế nào với các chủ đề toán trong chương trình, những môn học khác.

ii. Giáo viên có khả năng hiểu được giá trị trung bình và trung vị, mode thể hiện trên biểu đồ thống kê sẽ hữu ích như thế nào đối với người học khi ứng dụng thống kê vào cuộc sống.

D: Kiến thức về việc học của học sinh

i. Giáo viên có thể dự đoán phản ứng, khó khăn phổ biến của học sinh, khi xác định giá trị trung bình và trung vị trên biểu đồ thống kê.

ii. Giáo viên có khả năng hiểu rõ về cách thức học sinh lập luận, tư duy và những quan niệm sai lầm thường gặp về các nhiệm vụ liên quan đến giá trị trung bình và trung vị trên biểu đồ thống kê.

E: Kiến thức về việc dạy

i. Giáo viên có khả năng lên kế hoạch thiết kế bài giảng, sắp xếp các nhiệm vụ và hoạt động dạy học phù hợp với nội dung giá trị trung bình và trung vị, số một trên biểu đồ thống kê; khả năng tổ chức dạy học, đưa ra các tình huống dạy học và xử lý một cách hiệu quả, hướng dẫn học sinh vận dụng vào các bài toán thực tế, rút ra những nhận định có ý nghĩa khoa học của nội dung thống kê.

ii. Giáo viên phải am hiểu đối tượng người học, kiến thức cơ sở của người học về biểu đồ thống kê và giá trị trung bình và trung vị để từ đó lựa chọn phương pháp, chiến lược phù hợp để nâng cao kiến thức cho người học.

F: Kiến thức về chương trình

i. Giáo viên có khả năng nắm vững về trình độ lớp học, hiểu biết về nội dung chương trình liên quan đến giá trị trung bình và trung vị, mode biểu đồ thống kê, biết sử dụng nội dung chương trình một cách phù hợp để thiết kế và thực hiện bài học nhằm đạt được hiệu quả tốt nhất.

ii. Giáo viên có khả năng giúp học sinh phát triển những năng lực đặc thù theo yêu cầu trong chương trình thống kê bậc trung học phổ thông khi học về giá trị trung bình và trung vị qua biểu đồ thống kê.

Các bộ chỉ số này là nền tảng để chúng tôi sử dụng trong quá trình thực nghiệm đồng thời là cơ sở để chúng tôi thiết kế công cụ nghiên cứu, phân tích dữ liệu, xây dựng thang đánh giá và đánh giá các kiểu kiến thức của GVTTL.

3. Phương pháp

3.1. Bối cảnh và công cụ

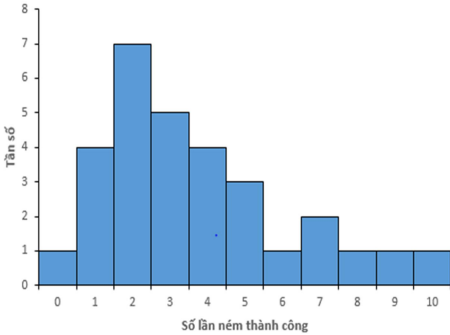
Nghiên cứu của chúng tôi được tiến hành trong năm 2020 trên 144 GVTTL đang theo học năm thứ 3 và năm thứ 4 ở Trường Đại học Sư phạm, Đại học Huế và Trường Đại học Sư phạm, Đại học Đà Nẵng. Các GVTTL này đã hoàn thành xong các môn học về khối kiến thức cơ sở ngành và các môn về phương pháp giảng dạy, phát triển năng lực dạy học bộ môn Toán, phân tích chương trình và các phương pháp kiểm tra đánh giá trong chương trình đào tạo ở bậc đại học. Dựa vào sự phân loại các kiểu kiến thức trong mô hình MKT và bộ chỉ số đánh giá các kiểu kiến thức để dạy học giá trị trung bình và trung vị trên biểu đồ thống kê, chúng tôi thiết kế công cụ nghiên cứu là các nhiệm vụ toán liên quan đến giá trị trung bình và trung vị trên biểu đồ thống kê. Trong đó, mỗi nhiệm vụ toán sẽ đề cập đến mỗi kiểu kiến thức trong số sáu kiểu kiến thức CCK, SCK, KCS, KCT, KCC, HCK của mô hình MKT. Công cụ nghiên cứu gồm 4 bài tập được thiết kế thành một phiếu khảo sát và tiến hành như một bài kiểm tra trên lớp cho các GVTTL, được thực hiện vào học kỳ hai năm học 2019–2020.

Bảng 1. Các thành phần của MKT được gọi ra bởi mỗi câu hỏi trong phiếu khảo sát

Thành phần kiến thức của MKT	Câu hỏi
Kiến thức nội dung phổ biến	Bài tập 1 Bài tập 2
Kiến thức nội dung đặc thù	Bài tập 3a Bài tập 3b
Kiến thức về việc học của học sinh	Bài tập 4a
Kiến thức về việc dạy	Bài tập 4b
Kiến thức theo chiều ngang	Bài tập 4c
Kiến thức về chương trình	Bài tập 4d

Ở bài báo này, chúng tôi tập trung vào phân tích SCK KCS và KCT của các GVTTL để dạy học trung bình và trung vị trên biểu đồ phân bố. Dưới đây là các nhiệm vụ được thiết kế để đánh giá các kiểu kiến thức này trong phiếu khảo sát.

Nhiệm vụ 3: Trong buổi kiểm tra môn bóng rổ của một lớp học, các học sinh thay phiên nhau ném bóng vào rổ. Số lần ném bóng thành công của mỗi học sinh được ghi lại trong biểu đồ sau.



Giả sử có 3 học sinh đưa ra các nhận định như sau:

Học sinh A: Giá trị trung bình của số lần ném bóng thành công bình nhỏ hơn giá trị trung vị.

Học sinh B: Giá trị trung bình của số lần ném bóng thành công lớn hơn giá trị trung vị

Học sinh C: Giá trị trung bình và giá trị trung vị của số lần ném bóng thành công là như nhau.

a) Bạn hãy đánh giá tính đúng sai của các câu trả lời trên và giải thích tại sao?

b) Bạn hãy dự đoán xem lý do nào mà mỗi học sinh đưa ra câu trả lời như vậy?

Nhiệm vụ 4:

a) Theo bạn, học sinh (hoặc người học) thường gặp những khó khăn, sai lầm gì khi xác định giá trị trung bình và trung vị dựa trên biểu đồ phân bố (histogram)? Vì sao bạn lại nghĩ như vậy?

b) Giả sử bạn chuẩn bị dạy chủ đề về giá trị trung bình và trung vị thể hiện trên biểu đồ phân bố (histogram), bạn hãy đưa ra những chỉ dẫn và lưu ý như thế nào để giúp học sinh ước lượng hoặc xác định được giá trị trung bình và trung vị và hiểu được ý nghĩa của giá trị trung bình và trung vị thể hiện trên biểu đồ.

3.2. Phân tích và mã hóa dữ liệu

Sau khi thu thập dữ liệu, chúng tôi đã phân tích phiếu khảo sát bằng cách sử dụng phương pháp phân tích định tính. Để trả lời câu hỏi 3a các GVTTL phải biết có thể sử dụng hai cách để so sánh giá trị trung bình và trung vị dựa vào dữ liệu được thể hiện trên biểu đồ phân bố. Cách thứ nhất là học sinh có thể tính các giá trị trung bình và trung vị sau đó so sánh. Cách thứ hai học sinh dựa vào hình dạng phân bố của dữ liệu để suy ra vị trí tương đối của trung bình và trung vị và kết luận. Trả lời câu 3b, các GVTTL phải đưa ra được những bằng chứng lý giải cho câu trả lời của ba học sinh A, B và C. Bài tập 4a đánh giá kiểu kiến thức KCS của các GVTTL. Yêu cầu của câu hỏi này đòi hỏi các GVTTL phải dự đoán được những khó khăn, sai lầm thường gặp của học sinh khi học về giá trị trung bình và trung vị trên biểu đồ phân bố và giải thích vì sao học sinh lại gặp những khó khăn, sai lầm đó. Kiểu kiến thức KCT được đánh giá qua bài tập 4b. Với kiểu kiến thức này, các GVTTL thể hiện khả năng thiết kế nội dung dạy học về giá trị trung bình và trung vị trên biểu đồ thống kê, đồng thời các GVTTL phải nắm bắt được kiến thức, khả năng của học sinh từ đó lựa chọn cách thức và nội dung dạy học phù hợp

giúp học sinh hiểu và nắm được ý nghĩa của giá trị trung bình và trung vị, tránh mắc phải những sai lầm thường gặp.

Chúng tôi phân tích các câu trả lời của các GVTTL dựa vào các từ khóa của từng kiểu kiến thức và bộ chỉ số đã được xây dựng ở trên. Sau đó, chúng tôi tiến hành lượng hóa dữ liệu dựa trên việc thống kê và phân loại câu trả lời của sinh viên theo thang đánh giá 5 cấp độ được mã hóa từ 0 đến 4 cho mỗi câu hỏi ứng với các kiểu kiến thức của mô hình MKT. Quá trình lượng hóa dữ liệu được thực hiện nhằm mục đích so sánh và có cái nhìn tổng quan hơn về các kiểu kiến thức SCK, KCS và KCT của các GVTTL.

Dưới đây, chúng tôi trình bày minh họa mã hóa bài tập 3b về SCK sau khi đã phân tích và thống kê các câu trả lời của các GVTTL ở Bảng 2.

Bảng 2. Minh họa mã hóa bài tập 3b

Mã số	Sự miêu tả
4	Đưa ra những dự đoán hợp lý, rõ ràng cho câu trả lời của cả ba học sinh A, B và C.
3	Đưa ra dự đoán hợp lý, rõ ràng cho hai trong ba câu trả lời của học sinh A, B và C.
2	Đưa ra các dự đoán nhưng chỉ đúng cho câu trả lời của một trong ba học sinh.
1	Có đưa ra những dự đoán nhưng không hợp lý cho câu trả lời của cả ba học sinh A, B và C hoặc không đưa ra đầy đủ dự đoán cho các câu trả lời.
0	Không đưa ra bất kỳ phản hồi nào.

4. Kết quả và thảo luận

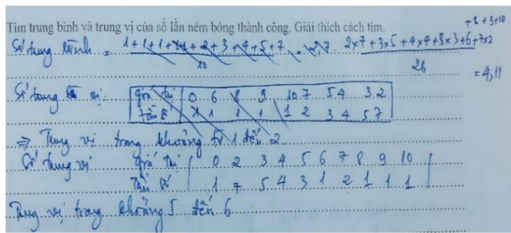
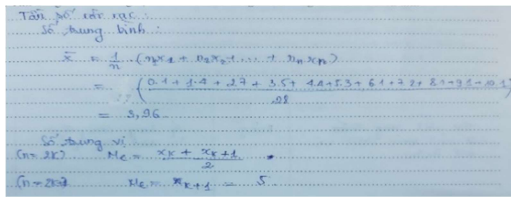
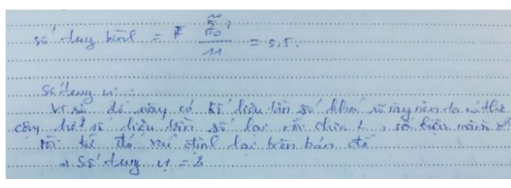
Trong phần này, chúng tôi trình bày kết quả về các kiểu kiến thức trong mô hình MKT của các GVTTL. Chúng tôi tập trung vào phân tích các kiểu kiến thức SCK, KCS và KCT của các GVTTL về dạy học giá trị trung bình và trung vị trên biểu đồ phân bố.

4.1. Kiến thức nội dung đặc thù của các giáo viên toán tương lai để dạy học giá trị trung bình và trung vị trên biểu đồ phân bố

Chúng tôi đặt ra yêu cầu cho các GVTTL nhận xét các tình huống trả lời của ba học sinh A, B và C trong bài tập 3 để đánh giá SCK của họ. Các GVTTL phải có khả năng dự đoán lý do các học sinh trả lời và đưa ra những lập luận để lý giải vì sao học sinh lại trả lời như vậy. Kết quả thực nghiệm cho thấy chỉ 49 (34,03%) GVTTL đánh giá được tính đúng/sai các câu trả lời của học sinh A, B và C bằng cách tính giá trị trung bình và trung vị và so sánh hai giá trị này để đưa ra kết luận. Tuy nhiên, khi giải thích câu trả lời của học sinh, các GVTTL chưa nắm chắc kiến thức về giá trị trung bình và trung vị. Hai mươi bốn (16,67%) GVTTL tính không đúng giá trị trung bình, vẫn còn GVTTL mắc phải lỗi không nhân tần số khi tính giá trị trung bình. Mặt khác, chỉ có khoảng 40,97% số GVTTL xác định đúng giá trị trung vị của dữ liệu trên biểu đồ phân bố. Trong số đó, một số GVTTL không nêu cách xác định trung vị hoặc cho rằng trung vị

bảng 5 vì là cột giá trị ở giữa mà không xét đến tần số của các cột giá trị. Một số GVTTL sắp xếp giá trị các cột theo tần số từ bé đến lớn và lấy trung vị là giá trị của cột có tần số ở giữa bằng 7. Không GVTTL nào dựa vào tổng diện tích các cột của biểu đồ phân bố để xác định trung vị. Một cách làm khác là có thể đánh giá câu trả lời của các học sinh một cách nhanh chóng bằng việc sử dụng kiến thức về vị trí tương đối của trung bình và trung vị dựa vào hình dạng của biểu đồ phân bố thì không có GVTTL nào áp dụng. Điều này cho thấy, khả năng xác định tính chính xác của cách giải chung và cách giải khác biệt mà học sinh đưa ra cho bài toán xác định và so sánh giá trị trung bình và trung vị trên biểu đồ phân bố của các GVTTL còn hạn chế.

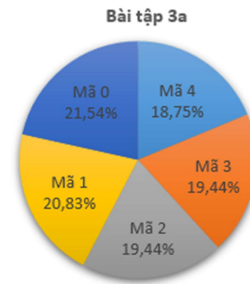
Bảng 3. Minh họa câu trả lời của các GVTTL về kiểu kiến thức SCK

Minh họa câu trả lời của GVTTL	Chú thích
	<p>H73 đọc sai dữ liệu từ biểu đồ, trong bảng giá trị viết thiếu giá trị 1 và tần số nên dẫn đến tính sai số trung bình. Khi xác định số trung vị, H73 lấy giá trị ở giữa của khoảng dữ liệu mà không quan tâm đến tần số của các giá trị nên sai về bản chất.</p> <p>=> H73 khả năng đọc dữ liệu trên biểu đồ chưa chính xác và không nắm rõ kiến thức về trung bình và trung vị.</p>
	<p>H34 tính sai trung bình do cộng sai tần số.</p> <p>H34 xác định trung vị là giá trị ở giữa của dãy dữ liệu là 5 mà không xét đến tần số của các giá trị nên .</p> <p>=> H34 có sự nhầm lẫn trong tính toán trung bình và không nắm rõ kiến thức về trung vị.</p>
	<p>H33 tính trung bình bằng cách cộng các giá trị rồi chia cho số giá trị mà không xét đến tần số của chúng.</p> <p>H33 xác định giá trị trung vị đúng.</p> <p>=> H33 chưa nắm rõ kiến thức về trung bình.</p>

	<p>D50 tính đúng giá trị trung bình nhưng xác định trung vị bằng cách sắp xếp các giá trị theo thứ tự tăng dần của tần số và lấy giá trị ở giữa là 7. => D50 chưa hiểu rõ bản chất của số trung vị nên dẫn đến sai lầm.</p>
	<p>H28 đọc đúng các giá trị trên biểu đồ, sử dụng công thức tính đúng trung bình và xác định đúng trung vị. => H28 có khả năng đọc dữ liệu trên biểu đồ và có kiến thức vững chắc về trung bình và trung vị.</p>

Đối với yêu cầu dự đoán lý do trả lời của học sinh A, B và C ở bài tập 3b, chúng tôi phân loại câu trả lời của các GVTTL theo các chiến lược giải, mã hóa theo Bảng 2 và thu được kết quả trên Hình 3.

Biểu đồ cho thấy tỷ lệ của mã 4 là 18,75% tức là chỉ có 27 GVTTL có thể đưa ra những lý giải đầy đủ và hợp lý cho các câu trả lời của học sinh. Đối với mã 0 và mã 1, có đến 42,36% số GVTTL chỉ đưa ra được một lý do hoặc không có phản hồi nào cho nhiệm vụ này. Điều này cho thấy rằng các GVTTL chưa tích lũy đầy đủ kiến thức SCK để dạy học giá trị trung bình và trung vị trên biểu đồ phân bố. Họ đang còn rất lúng túng trong việc dự đoán các trường hợp có thể xảy ra trong việc dạy học giá trị trung bình và trung vị trên biểu đồ phân bố. Điều này rất quan trọng để giúp các GVTTL hoàn thiện tốt kiểu kiến thức SCK – một loại kiến thức toán học đặc biệt dành riêng cho công việc giảng dạy.



Hình 3. Biểu đồ biểu diễn dữ liệu bài tập 3b về SCK

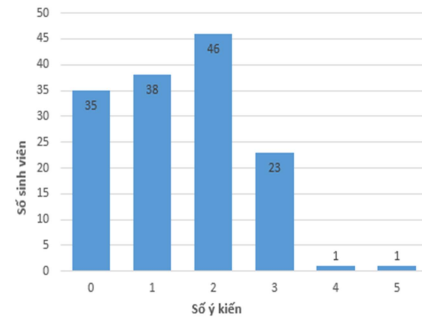
4.2. Kiến thức về việc học của học sinh của các giáo viên toán tương lai để dạy học giá trị trung bình và trung vị trên biểu đồ phân bố

Trọng tâm của kiểu kiến thức KCS là các GVTTL có khả năng phán đoán những khó khăn phổ biến của học sinh khi học về giá trị trung bình và trung vị, cách thức học sinh lập luận và những quan niệm sai lầm gặp phải về giá trị trung bình và trung vị trên biểu đồ phân bố. Có kiểu kiến thức KCS tốt giúp các giáo viên hiểu được học sinh có thể tư duy như thế nào và họ sẽ gặp vướng mắc những gì. Điều này giúp cho giáo viên chủ động trong quá trình thiết kế bài giảng cũng như trả lời những thắc mắc của học sinh khi giảng dạy. Biểu đồ dưới đây thống kê số ý tưởng của các GVTTL về những khó khăn, sai lầm của học sinh đã được chúng tôi phân loại theo các từ khóa của kiểu kiến thức KCS.

Qua biểu đồ trên Hình 3, ta thấy 24,3% GVTTL không đưa ra phản hồi nào hoặc phản hồi không có ý nghĩa phù hợp; 58,3% GVTTL chỉ đưa ra một đến hai dự đoán những khó khăn cho câu trả lời này. Ngược lại, chỉ có hai GVTTL nêu ra được bốn đến năm khó khăn sai lầm của học sinh. Nhiều GVTTL chỉ nêu những khó khăn chung của học sinh như “không nắm kỹ định nghĩa, công thức về trung bình và trung vị”, “nhầm lẫn giữa các giá trị trung bình và trung vị”, “tính trung bình và trung vị quên nhân tần số”, “không xác định được đúng giá trị dữ liệu trên biểu đồ”.

Một số GVTTL có đưa ra những chỉ dẫn cụ thể hơn như “với biểu đồ phân bố thì học sinh lúng túng trong việc chọn giá trị đại diện”, “học sinh xác định sai trung vị là giá trị giữa của khoảng dữ liệu mà không xét đến tần số” hay “nhầm lẫn giữa giá trị của dữ liệu và tần số của chúng”.

Kết quả này cho thấy KCS của các GVTTL chưa được tích lũy đầy đủ để dạy học chủ đề trung bình và trung vị trên biểu đồ thống kê một cách hiệu quả. Các GVTTL không những cần phải củng cố thêm về kiến thức nội dung chủ đề này mà còn phải tra dồi thêm kiến thức về cách thức học sinh tư duy về vấn đề đó. Đây là kiểu kiến thức cần thiết trong thực hành dạy học của các GVTTL.



Hình 4. Biểu đồ biểu diễn số câu trả lời của sinh viên cho nhiệm vụ 4a

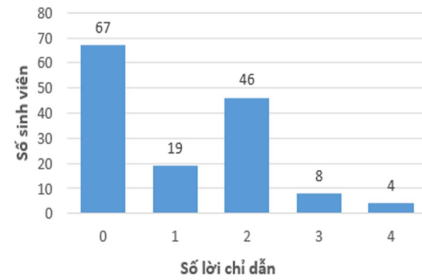
Bảng 4. Minh họa câu trả lời của sinh viên đối với kiểu kiến thức KCS

Mã số	Tần suất	Minh họa câu trả lời của sinh viên	Chú thích
4	1,4%	<p>1) Theo bạn, học sinh (hoặc người học) thường gặp những khó khăn, sai lầm gì khi trả lời câu hỏi ở bài tập 1, 2 và 3 ở trên? Vì sao bạn lại nghĩ như vậy?</p> <p>K. Khó, khác..... Chưa pháp biệt được trung vị và trung bình Chưa sắp xếp các giá trị theo thứ tự đã hết luôn trung vị, thống thường, hi số, nhĩa vào đề và chọn x, số, d, giữa là trung vị mà không quan tâm các giá trị đó đã x, sắp xếp hay chưa Nhầm lẫn giữa số, tại, các giá trị không nhất thiết khác nhau và số các giá trị khác nhau từ đó dẫn đến việc tính trung bình k sai Quên nhân giá trị của tần số khi tính trung bình không nhớ được công thức tính Đề sai, nhầm giá trị không biết chọn giá trị nào để tính</p>	Sinh viên D4 đưa ra được năm khó khăn của học sinh khá rõ ràng chứng tỏ rằng sinh viên có khả năng hiểu biết tốt về tư duy của học sinh khi học về số trung bình và trung vị trên biểu đồ phân bố.
3	16,0%	<p>1) Theo bạn, học sinh (hoặc người học) thường gặp những khó khăn, sai lầm gì khi trả lời câu hỏi ở bài tập 1, 2 và 3 ở trên? Vì sao bạn lại nghĩ như vậy?</p> <p>... tính toán để nhận loại sai sót... số và những bài tập sai khi học số liên lạc thường dẫn đến sai sót không liên hệ số trung bình và trung vị... Vì người học thường không nắm số khác nhau loại khác niệm về hai đơn vị tính này sắp xếp giá trị để tìm trung vị sai, các nhầm lẫn sách thì sắp xếp các giá trị trung gian thì chỉ tính là 1 giá trị dẫn đến sai số trung vị</p>	Sinh viên D43 đưa ra ba ý kiến cho những khó khăn sai lầm của học sinh và có sự lý giải phù hợp.
2	31,9%	<p>1) Theo bạn, học sinh (hoặc người học) thường gặp những khó khăn, sai lầm gì khi trả lời câu hỏi ở bài tập 1, 2 và 3 ở trên? Vì sao bạn lại nghĩ như vậy?</p> <p>Những sai lầm... khi tính mà học sinh (hoặc người học) thường gặp ở bài tập 1, 2 và 3 là trên là 1 không nắm được định nghĩa số trung vị và nhầm lẫn giữa số trung vị và số trung bình cộng 2 công thức tính bình cộng các em còn nhầm lẫn giữa hai tần số và số lượng</p>	Sinh viên D69 nêu được hai khó khăn cơ bản thường gặp ở học sinh.
1	26,4%	<p>1) Theo bạn, học sinh (hoặc người học) có thể gặp những sai lầm, khó khăn gì khi xác định giá trị trung bình, trung vị, một chỉ dựa trên các biểu đồ cột hoặc biểu đồ phân bố (biểu đồ histogram).</p> <p>Nhầm lẫn trung vị là vị trí chính giữa của biểu đồ</p>	H49 chỉ dự đoán được một sai lầm của học sinh.
0	24,3%	<p>1) Theo bạn, học sinh (hoặc người học) có thể gặp những sai lầm, khó khăn gì khi xác định giá trị trung bình, trung vị, một chỉ dựa trên các biểu đồ cột hoặc biểu đồ phân bố (biểu đồ histogram).</p> <p>Xác định được chia đôi học để</p>	H2 trả lời không có ý nghĩa với nội dung yêu cầu.

4.3. Kiến thức về việc dạy KCT của các giáo viên toán tương lai để dạy học giá trị trung bình và trung vị trên biểu đồ phân bố

Theo Ball và cs. [2], KCT có thể được minh chứng thông qua việc thiết kế một hoạt động dạy học nhằm phát triển việc hiểu toán ở học sinh về một nội dung cụ thể nào đó, cũng như biết cách triển khai chúng hiệu quả. Nhiệm vụ 4b 4.2 được thiết kế để đánh giá các GVTTL về khả năng lên kế hoạch thiết kế bài giảng, đưa ra các chỉ dẫn, lưu ý và xử lý một cách hiệu quả các tình huống dạy học về giá trị trung bình và trung vị trên biểu đồ phân bố.

Kết quả nghiên cứu cho thấy kiểu kiến thức KCT của các GVTTL đang còn hạn chế. Chỉ có 12 (8,3%) GVTTL đưa ra được 3, 4 chỉ dẫn, lưu ý giúp học sinh hiểu ý nghĩa và xác định đúng giá trị trung bình và trung vị trên biểu đồ phân bố. Những chỉ dẫn cơ bản về trung bình và trung vị như “xác định tần số của mỗi giá trị trên biểu đồ, lập bảng để tính giá trị trung bình” hay “tính tổng tần số, sắp xếp dãy dữ liệu theo thứ tự tăng hoặc giảm, trung vị là điểm giữa của dãy dữ liệu” được nhiều GVTTL đề cập đến.



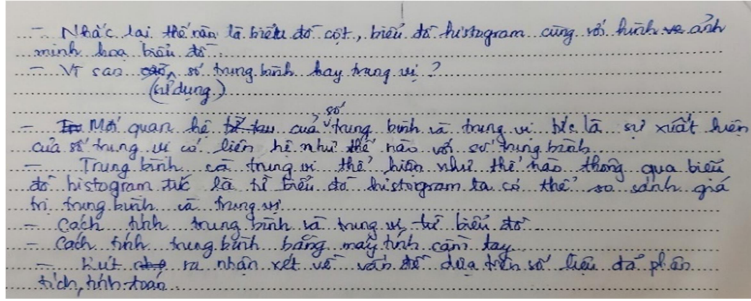
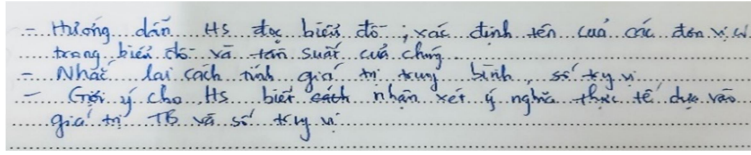
Hình 5. Biểu đồ biểu diễn số câu trả lời của sinh viên cho bài tập 4.2

Tuy nhiên, đối với chỉ dẫn cụ thể hơn như cách để xác định trung bình và trung vị trên biểu đồ phân bố với dữ liệu là những khoảng liên tục hay “trung vị là giá trị chia đôi tổng diện tích các cột trên biểu đồ phân bố” hay hướng dẫn cho học sinh cách xác định vị trí tương đối của trung bình và trung vị dựa vào hình dáng của biểu đồ phân bố thì rất ít hoặc gần như không GVTTL đề cập đến trong kiểu kiến thức KCT.

Một kết quả đáng phải suy ngẫm là 46,5% số GVTTL không đưa ra phản hồi cho bài tập 4.2 này. Để lý giải cho kết quả này thì có thể cho rằng nhiều GVTTL có kiến thức để dạy học giá trị trung bình và trung vị trên biểu đồ phân bố của các sinh viên đang còn ở mức thấp, cần phải được xem xét và bồi dưỡng.

Bảng 5. Minh họa câu trả lời của sinh viên đối với kiểu kiến thức KCT

Minh họa câu trả lời của sinh viên	Chú thích
	<p>Sinh viên D08 đưa ra những giải thích, lưu ý nhưng chưa chính xác về cách xác định số trung bình. Ví dụ của sinh viên đưa ra không đề cập đến tần số mà xác định trung bình và trung vị dựa vào giá trị dữ liệu để làm cho học sinh sai lầm quên xét đến tần số khi tính trung bình và trung vị.</p>

 <p> - Nhắc lại thế nào là biểu đồ cột, biểu đồ histogram cũng với hình vẽ ảnh minh họa biểu đồ. - Vì sao cần số trung bình hay trung vị? (ứng dụng) - Mối quan hệ giữa số trung bình và trung vị. Đó là sự xuất hiện của số trung vị có liên hệ như thế nào với số trung bình. - Trung bình và trung vị thể hiện như thế nào thông qua biểu đồ histogram thì là từ biểu đồ histogram ta có thể so sánh giá trị trung bình và trung vị. - Cách tính trung bình và trung vị từ biểu đồ. - Cách tính trung bình bằng máy tính cầm tay. - Kết quả nhận xét về vấn đề dựa trên số liệu đã phân tích, hình ảnh. </p>	<p>Sinh viên D51 đã đưa ra nhiều chỉ dẫn, lưu ý cần thiết để dạy về trung bình và trung vị thông qua biểu đồ. Sinh viên có đề cập đến việc so sánh vị trí trung bình và trung vị trên biểu đồ phân bố mà ít sinh viên nào đề cập đến.</p>
 <p> - Thường dẫn HS đọc biểu đồ, xác định tên của các đơn vị, trong biểu đồ và tên suất của chúng. - Nhắc lại cách nhận giá trị trung bình số trung vị. - Giải ý cho HS biết cách nhận xét ý nghĩa thực tế dựa vào giá trị TB và số trung vị. </p>	<p>Sinh viên D60 đưa ra được ba lưu ý cho học sinh, có đề cập đến ý nghĩa của trung bình và trung vị nhưng chưa cụ thể, rõ ràng.</p>

5. Kết luận

Trong quá trình đào tạo giáo viên, các kiểu kiến thức đặc biệt quan trọng cần trang bị đầy đủ cho các GVTTL để thực hành dạy học. Nghiên cứu ở bài báo này nằm trong chuỗi nghiên cứu về dạy học thống kê của tác giả, cung cấp bằng chứng cho những phát hiện về SCK – đại diện cho kiến thức nội dung môn học và KCS, KCT – là hai kiểu kiến thức chính của kiến thức nội dung sư phạm trong mô hình MKT của các GVTTL về dạy học giá trị trung bình và trung vị trên biểu đồ phân bố. Kết quả của nghiên cứu cho thấy các GVTTL chưa hiểu một cách rõ ràng, chính xác về giá trị trung bình và trung vị hay ý nghĩa của nó được biểu diễn trên biểu đồ phân bố. Các phát hiện cũng cho thấy rằng SCK của GVTTL cũng chưa đầy đủ để có thể trình bày tốt được nội dung chủ đề này trong bối cảnh dạy học cụ thể. Đối với kiểu kiến thức KCS và KCT của GVTTL cũng có kết quả không như mong đợi. Phần lớn GVTTL chưa đủ khả năng để thiết kế bài dạy về trung bình và trung vị trên biểu đồ phân bố một cách chi tiết, cụ thể cũng như khả năng dự đoán những tình huống trả lời có thể xảy ra của học sinh để có thể áp dụng vào thực hành dạy học một cách hiệu quả. Lý do dẫn đến sự thiếu hụt này có thể được lý giải một phần từ việc chương trình phát triển nghề nghiệp hiện tại cho các sinh viên sư phạm toán mới chỉ đề cập đến việc vẽ biểu đồ phân bố hay tính giá trị trung bình và trung vị dựa trên bảng số liệu chứ chưa phân tích kỹ sự kết hợp hay nhìn nhận đầy đủ ý nghĩa thống kê của các đối tượng tri thức này. Hơn nữa, việc quan tâm đến các kiểu kiến thức nội dung sư phạm khác nhau để thể hiện các đối tượng tri thức này trong thực hành dạy học chưa được chú trọng nhiều.

Trên thực tế, mặc dù các GVTTL đã được học các môn học liên quan đến thống kê hay các môn về phương pháp dạy học trong quá trình học đại học, nhưng các môn học này thường

tập trung vào các quy tắc, kỹ thuật và kiến thức về thủ tục để dạy toán. Các khía cạnh của kiến thức nội dung chuyên biệt, kiến thức về việc học của học sinh và kiến thức về việc dạy hay nhận thức luận của một đối tượng tri thức thống kê dường như ít được phân tích trong các khóa học này. Do đó, chúng tôi đề nghị xem xét và sửa đổi nội dung và thời lượng của các môn học liên quan về giáo dục thống kê này. Hơn nữa, việc phát triển năng lực dạy học cho giáo viên toán, mà trước hết là các kiểu kiến thức để phát triển nghiệp vụ trở thành vấn đề rất quan trọng cần phải được chú trọng nhiều hơn trong các cơ sở đào tạo giáo viên toán hiện nay.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Ball, D. L. & Bass, H. (2000), Interweaving Content and Pedagogy in Teaching and Learning to Teach: Knowing. *Multiple perspectives on mathematics teaching and learning*, 1, 83.
2. Ball, D. L. Thames, M. H. Phelps, G. (2008), Content knowledge for teaching: What makes it special?. *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407.
3. Fennema, E. & Franke, L. M. (1992), *Teachers' knowledge and its impact*. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 147–164). New York, NY: Macmillan.
4. Jacobbe, T. (2011), *Elementary school teachers' understanding of the mean and median*. In C. Batanero, G. Burrill, C. Reading & A. Rossman (2011)
5. Gonzalez (2014), *Mathematics teachers' professional competencies for teaching variability related ideas: A Japanese Case Study*. *Statistiques et Enseignement*.
6. Groth, R. E. (2013), Characterizing key developmental understandings and pedagogically powerful ideas within a statistical knowledge for teaching framework. *Mathematical Thinking and Learning*, 15(2), 121–145.
7. Heather C. Hill, Brian Rowal, D. L. Ball (2005), Effects of Teachers' Mathematical Knowledge for Teaching on Student Achievement. *American Educational Research Journal*, 42(2), 371–406.
8. Heather C. Hill, D. L. Ball, S. G. Schilling (2008), Unpacking Pedagogical Content knowledge: Conceptualizing and measuring Teachers' Topic-Specific Knowledge of Students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(4), 372–400.
9. Koleza, E. & Kontogianni, A. (2013), Assessing statistical literacy: What do freshmen know? In B. Ubuz, C. Haser & M. A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the Eighth Congress of*

- the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 840–849), Antalya, Turkey: Middle East Technical University and ERME.
10. Leavy, A. M. (2006), Using data comparison to support a focus on distribution: Examining preservice teacher's understandings of distribution when engaged in statistical inquiry. *Statistics Education Research Journal*, 5(2), 89–114.
 11. Minh, T. K., Lien, L. T. B. (2018), Vietnamese prospective mathematics teachers' mathematical knowledge for teaching the derivative and implications for teacher preparation programs. In Hsieh, F.-J. (Ed.), *Proceedings of the 8th ICMI-East Asia Regional Conference on Mathematics Education*, Vol. 2, 124–133. Taipei, Taiwan: EARCOME.
 12. Nguyễn Thị Duyên (2014), Nghiên cứu bài học của giáo viên tập trung vào khám phá toán của học sinh trong dạy học môn toán ở trường trung học phổ thông. Luận án tiến sĩ giáo dục học. Trường ĐHSP Hà Nội.
 13. Phuong, N. T. H. & Minh, T. K. (2018), Prospective mathematics teachers' mathematical knowledge for teaching histograms in statistics. *Vietnam Journal of Education*, 5: 195–201.
 14. Santos, R. & da Ponte, J. P. (2013), Prospective elementary school teachers' interpretation of central tendency measures during a statistical investigation. In *Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME8)*. Ankara: Middle East Technical University.
 15. Shulman, L. S. (1986), Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14.

PROSPECTIVE MATHEMATICS TEACHERS' MATHEMATICAL KNOWLEDGE FOR TEACHING MEAN AND MEDIAN FROM DATA HISTOGRAMS

Nguyen Thi Ha Phuong^{*1,2}

¹ University of Educations, Hue University, 34 Le Loi St., Hue, Viet Nam

² University of Educations, Da Nang University, 459 Ton Duc Thang St., Da Nang, Viet Nam

Abstract. In recent years, researchers have focused on teachers' professional development in statistics teaching regarding statistical content knowledge and other general knowledge forms applied in teaching practice. In this study, we describe prospective mathematics teachers' knowledge types to teaching mean and median from data histograms. A questionnaire consisting of items was designed according to six types of teachers' knowledge of the model of mathematical knowledge for teaching proposed by Ball et al. The results initially show an inadequate and solid understanding of content knowledge and pedagogical

content knowledge of prospective mathematics teachers, related to teaching mean, median from histograms. Some suggestions for teaching and teacher training were proposed to develop professional competencies for prospective mathematics teachers in pedagogical universities.

Keywords: mathematical knowledge for teaching, prospective mathematics teacher, mean, median, histograms